

Kvantitativ metode II: ANCOVA og (n-veis) faktoriell ANOVA

PSY2117 / PSYK4317

Frederick Anyan

Førsteamanuensis i kvantitativ forskningsmetode

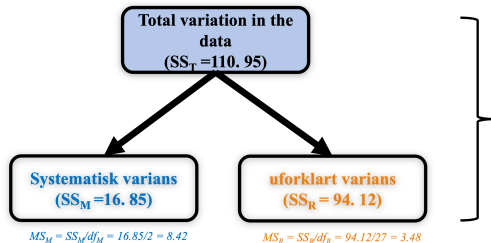
[NTNU](#) | [Personlig nettside](#)

NTNU, Institutt for psykologi

H2026

- Kort repetisjon: fra kvadratsum til F -test
- **ANCOVA**
 - Når og hvorfor? Fordeler? Forutsetninger?
 - Praktisk eksempel med planlagte og enkle kontraster (JASP)
- **Faktoriell (toveis) ANOVA**
 - Når og hvorfor? Hovedeffekter vs. interaksjonseffekt?
 - Praktisk eksempel: alkohol $\times$ kjønn (JASP)
- Teaser: neste uke skriver vi ANOVA, ANCOVA og faktoriell ANOVA om til regresjon

Kort repetisjon: fra kvadratsum til F -test



Hvor mye varians er **systematisk** (pga gruppetilhørighet) og hvor mye er «tilfeldig» feilvariens?

$$SS_T = SS_M + SS_R \mid MS = SS/df \mid F = MS_M / MS_R$$

Hva er ANCOVA?

Kjernen

Analysis of Covariance = ANOVA + én eller flere kontinuerlige **kovariater** som kontrolleres for før gruppene sammenlignes.

- Spørsmål: skiller gruppegjennomsnittene seg *etter* at vi har justert for en variabel vi vet påvirker utfallet?
- Kovariaten er ikke det vi er interessert i å teste – den er en **extraneous variable** (forstyrrende variabel) hvis effekt vi ønsker å kontrollere for, siden vi vet at den også påvirker utfallsvariabelen (DV).

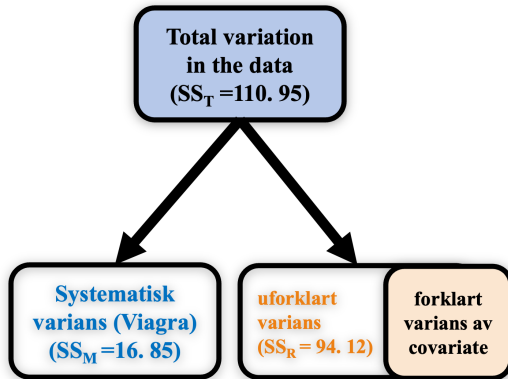
ANCOVA – når og hvorfor

- Brukes til å kontrollere for kjente **extraneous variables** (forstyrrende variabler).
- Lar oss teste forskjeller mellom gruppegjennomsnitt når vi vet at en annen variabel også påvirker utfallsvariabelen.

Eksempel

Vi ønsker å teste effekten av Viagra-dose på libido – men libido henger også sammen med *partnerens* libido. Hvis vi ikke kontrollerer for dette, kan gruppeforskjellene være forurensset av tilfeldige forskjeller i partnernes libido mellom gruppene.

ANCOVA – hvordan?



Kan uforklart varians (SS_R) reduseres ved å kontrollere for kjente **extraneous variables** (kovariater)?

Fordelene ved ANCOVA

Reduserer uforklart varians (feilvarians)

Ved å forklare noe av SS_R med kovariaten reduseres feilvariansen i modellen – det gir **større statistisk styrke** (power) til å oppdage en reell gruppeeffekt.

Større eksperimentell kontroll

Ved å kontrollere for kjente extraneous variables får vi bedre innsikt i den "rene" effekten av prediktorvariabelen (gruppetilhørighet).

Nøkkelforutsetning 1: kovariaten må være uavhengig av IV

Covariate should be independent (not related) to the IV

Kovariaten skal ikke selv være påvirket av den uavhengige variabelen (gruppetilhørigheten).

- Hvis kovariaten er påvirket av gruppetilhørigheten, **absorberer ANCOVA-justeringen også ekte gruppeforskjeller** – ikke bare støy.
- Sjekkes best gjennom **studiedesign** (mål kovariaten *før* manipulasjonen/gruppeinndelingen finner sted, for å sikre at ingen forskjeller finnes, der det er mulig).
- Kan også testes direkte: kjør en enveis ANOVA med *selve kovariaten som DV* og grupperingsvariabelen som IV. Hvis gruppegjennomsnittene skiller seg signifikant *på kovariaten*, har kovariaten sannsynligvis blitt påvirket av gruppetilhørigheten, og uavhengighetsforutsetningen er brutt – da kan man ikke stole på den planlagte ANCOVA-justeringen.

Nøkkelforutsetning 2: homogenitet av regresjonshelning

Homogeneity of regression slopes

ANCOVA antar at sammenhengen mellom kovariaten og utfallsvariabelen er **den samme i alle gruppene** – én felles helning (*slope*) justeres for på tvers av grupper.

- Sjekkes ved å teste interaksjonen $\text{kovariat} \times \text{gruppe}$ før hovedanalysen.
- Signifikant interaksjon $\rightarrow$ helningene er *ikke* like $\rightarrow$ standard ANCOVA-justering blir misvisende.

Eksempel: Viagra-dose, libido og partnerens libido

Data (Field, 2013, fiktivt datasett)

Samme Viagra-eksperiment som forrige uke – nå med partnerLibido målt som kovariat.

	Placebo	Lav dose	Høy dose
<i>n</i>	9	8	13
libido, <i>M</i> (SD)	3.222 (1.787)	4.875 (1.458)	4.846 (2.115)
partnerLibido, <i>M</i> (SD)	3.444 (2.068)	3.125 (1.727)	2.000 (1.633)

Forskningsspørsmål: Påvirker Viagra-dose libidonivå, når vi kontrollerer for partnerens libido?

$$H_0 : \mu_{1,\text{justert}} = \mu_{2,\text{justert}} = \mu_{3,\text{justert}} \quad H_1 : \text{minst én } \mu_{i,\text{justert}} \neq \mu_{j,\text{justert}}$$

Hypoteser: planlagte kontraster

For å demonstrere **planlagt kontrast** starter vi med spesifikke hypoteser – i motsetning til post-hoc-tester, som *ikke* starter med spesifikke hypoteser.

Hypoteser

- **Lav** og **høy** dose Viagra vil øke libido mer enn **placebo**, når vi kontrollerer for effekten av partnerens libido.
- **Høy** dose Viagra vil øke libido mer enn **lav** dose, når vi kontrollerer for effekten av partnerens libido.

Regler for planlagte kontraster

- Regel 1 Velg logiske sammenligninger. Du kan kun sammenligne to "chunks" av gangen. Når en gruppe står alene i én sammenligning, ekskluderes den fra de resterende.
- Regel 2 Grupper med positive vekter sammenlignes med grupper med negative vekter.
- Regel 3 Summen av vektene skal alltid bli null.
- Regel 4 Grupper vektet 0 er ikke med i den sammenligningen.
- Regel 5 Vektingen i den ene "chunken" skal tilsvare antall grupper i den andre "chunken".

Kontrastene for eksempelet

Dose	Kontrast 1	Kontrast 2
Placebo	-2	0
Lav dose	1	-1
Høy dose	1	1

- **Kontrast 1:** Placebo (-2) vs. Lav+Høy dose (begge +1) – svarer på hypotese 1.
- **Kontrast 2:** Lav dose (-1) vs. Høy dose (+1), Placebo ekskludert (0) – svarer på hypotese 2.

JASP: kjøre ANCOVA med planlagte kontraster

☐ Vovk-Selike maximum p-ratio

► Model

► Assumption Checks

▼ Contrasts

Factors

dose custom ▼

Custom contrast for dose

Add Contrast Delete Contrast Reset

	dose	Contrast 1	Contrast 2
1	Placebo	-2	0
2	Low Dose	1	-1
3	High Dose	1	1

☒ Confidence intervals 95.0 % ☒ Effect size

► Order Restricted Hypotheses

ANCOVA

ANCOVA – libido

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2_p
partnerLibido	15.076	1	15.076	4.959	0.035	0.117
dose	25.185	2	12.593	4.142	0.027	0.173
Residuals	79.047	26	3.040			

Note. Type III Sum of Squares

Contrast Tables

Custom Contrast – dose

Comparison	Estimate	95% CI for Mean Difference		SE	df	t	p	Cohen's d	95% CI for Cohen's d	
		Lower	Upper						Lower	Upper
1	4.011	1.050	6.971	1.440	26	2.785	0.010	2.300	0.480	4.120
2	0.439	-1.228	2.107	0.811	26	0.541	0.593	0.252	-0.707	1.211

Custom Contrast Coefficients – dose

dose	Comparison 1	Comparison 2
Placebo	-2	0
Low Dose	1	-1
High Dose	1	1

JASP-output: ANCOVA-resultater og kontraster

Kilde	SS	df	MS	F	$p (\omega_p^2)$
partnerLibido	15.076	1	15.076	4.959	.035 (.117)
dose	25.185	2	12.593	4.142	.027 (.173)
Residuals	79.047	26	3.040		

Kontrast	Estimat	95% KI	$t(26)$	p	Cohen's d
1: Placebo vs. Lav+Høy	4.011	[1.05, 6.97]	2.785	.010	2.30
2: Lav vs. Høy dose	0.439	[-1.23, 2.11]	0.541	.593	0.25

*"Kovariaten, partnerens libido, var signifikant relatert til deltakerens libido, $F(1, 26) = 4.96$, $p = .035$, $\omega_p^2 = .12$. Det var også en signifikant effekt av Viagra-dose på libidonivå etter å ha kontrollert for partnerens libido, $F(2, 26) = 4.14$, $p = .027$, $\omega_p^2 = .17$. Planlagte kontraster viste at **én hvilken som helst dose** av Viagra økte deltakernes libido signifikant sammenlignet med placebo, $t(26) = 2.79$, $p = .01$, en stor effekt $d = 2.30$, 95% KI $[0.48, 4.12]$, men **høy dose** økte ikke libido signifikant sammenlignet med **lav dose**, $t(26) = 0.54$, $p = .59$."*

Konklusjon

Bare å få noe Viagra betyr noe her – å øke fra lav til høy dose gir ingen målbar tilleggseffekt på libido, når vi har kontrollert for partnerens libido.

Et alternativ: enkle kontraster (simple contrasts)

Simple contrast

Hver gruppe sammenlignes med *første* gruppe (referansekategorien) – her: Placebo.

▼ ANCOVA_with_simple_contrast

Dependent Variable
libido

Fixed Factors
dose

Covariates
partnerLibido

WLS Weights

Display

☐ Descriptive statistics

☒ Estimates of effect size

☐ ω^2

☒ partial ω^2

☐ η^2

☐ partial η^2

☐ Confidence intervals 95.0 %

☐ Vovk-Selike maximum p-ratio

ANCOVA_with_simple_contrast

ANCOVA - libido

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2_p
dose	25.185	2	12.593	4.142	0.027	0.173
partnerLibido	15.076	1	15.076	4.959	0.035	0.117
Residuals	79.047	26	3.040			

Note. Type III Sum of Squares

Contrast Tables

For **Simple Contrast**, each category or group is compared to the first one. Both Low and High Dose groups are compared to the first group (Placebo)

Simple Contrast - dose

Comparison	Estimate	95% CI for Mean Difference			SE	df	t	p	Cohen's d	95% CI for Cohen's d	
		Lower	Upper	Lower						Upper	
Low Dose - Placebo	1.786	0.040	3.532	0.849	26	2.102	0.045	1.024	-0.019	2.067	
High Dose - Placebo	2.225	0.575	3.875	0.803	26	2.771	0.010	1.276	0.262	2.290	

Tolkning: enkle kontraster

Sammenligning	Estimat	95% KI	$t(26)$	p	Cohen's d
Lav dose – Placebo	1.786	[0.04, 3.53]	2.102	.045	1.02
Høy dose – Placebo	2.225	[0.58, 3.88]	2.771	.010	1.28

Sammenlign med planlagte kontraster

Begge dosegruppene skiller seg signifikant fra placebo hver for seg – konsistent med planlagt Kontrast 1 (samlet "noe Viagra" vs. placebo), men her får vi *to* separate p -verdier å korrigere for i stedet for én teoridrevet sammenligning.

Faktoriell ANOVA – toveis ANOVA

To (eller flere) uavhengige grupperingsvariabler samtidig

Faktoriell design

Mer enn én uavhengig/prediktor-variabel (**faktor**) er manipulert i samme studie.

- Antall uavhengige/prediktor-variabler manipulert:
 - **n -veis** = n prediktorer/uavhengige variabler (faktorer), for eksempel:
 - **Toveis** = 2 uavhengige variabler (f.eks. alkohol, kjønn)
 - **Treveis** = 3 uavhengige variabler (f.eks. alkohol, kjønn, religion)

Toveis ANOVA – når og hvorfor

- 2 uavhengige variabler (faktorer) i samme design.

Fordeler

- Du lærer *mer* med en toveis ANOVA enn to separate enveis-ANOVAer: du kan vise hvordan effekten av én prediktor *avhenger* av nivået på en annen prediktor – en **interaksjonseffekt**.
- Mer kostnadseffektivt å studere begge variablene sammen i étt eksperiment enn å kjøre to separate eksperimenter.

Eksempel: alkohol, kjønn og attraktivitet

Data (Field, 2009, fiktivt datasett)

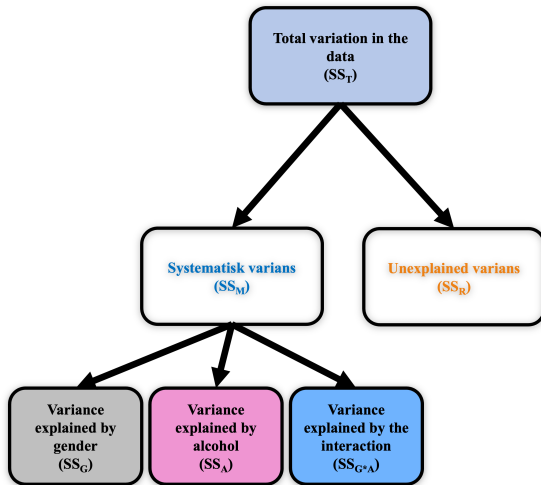
32 deltakere ble tilfeldig fordelt til en av fire grupper: kjønn (mann/kvinne) $\times$ alkohol (ingen/fire pints). Utfallsvariabel: attraktivitet på valgt partner (0–100).

	Ingen alkohol		Fire pints	
	Mann	Kvinne	Mann	Kvinne
<i>n</i>	8	8	8	8
Attraktivitet, <i>M</i> (SD)	66.88 (10.33)	60.63 (4.96)	35.63 (10.84)	57.50 (7.07)

Forskningsspørsmål: Påvirker alkoholkonsum attraktiviteten til valgt partner, og avhenger denne effekten av kjønn?

H_0 : ingen hoved- eller interaksjonseffekt H_1 : minst én effekt $\neq 0$

Toveis ANOVA – hvordan?



Eksempel: alkohol, kjønn og "beer-goggles"-effekten

Data (Field, 2009, fiktivt datasett)

Tester effekten av alkohol og kjønn på "beer-goggles"-effekten: hvor attraktiv en partner velges som på slutten av kvelden.

- **Faktor 1** (Alkohol): nivåer = Ingen, Fire pints
- **Faktor 2** (Kjønn): nivåer = Mann, Kvinne
- Dette er et 2×2 forskningsdesign – ANOVAen heter en 2×2 **faktoriell ANOVA**. Totalt $2 \times 2 = 4$ grupper.

Utfallsvariabel: attraktivitet på valgt partner (0–100).

JASP: kjøre toveis ANOVA

ANOVA

Dependent Variable
Attractiveness

Fixed Factors
Gender
Alcohol

WLS Weights

Display

- ☒ Descriptive statistics
- ☒ Estimates of effect size
 - ☒ ω^2 ☐ partial ω^2
 - ☐ η^2 ☐ partial η^2
- ☒ Confidence intervals 95.0 %
- ☐ Vovk-Sellke maximum p-ratio

Model

Components
Gender
Alcohol

Model Terms
Gender
Alcohol
Gender * Alcohol

Sum of squares Type III

Results

ANOVA

ANOVA - Attractiveness

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	ω^2	95% CI for ω^2	
							Lower	Upper
Gender	488.281	1	488.281	6.540	0.016	0.063	0.000	0.286
Alcohol	2363.281	1	2363.281	31.652	< .001	0.347	0.086	0.565
Gender * Alcohol	1582.031	1	1582.031	21.188	< .001	0.228	0.020	0.467
Residuals	2090.625	28	74.665					

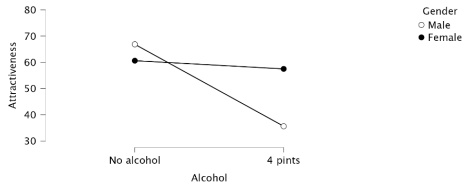
Note. Type III Sum of Squares

Descriptives

Descriptives - Attractiveness

Gender	Alcohol	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
Male	No alcohol	8	66.875	10.329	3.652	0.154
	4 pints	8	35.625	10.836	3.831	0.304
Female	No alcohol	8	60.625	4.955	1.752	0.082
	4 pints	8	57.500	7.071	2.500	0.123

Descriptives plots



JASP-output: resultattabell

Kilde	SS	df	MS	F	p	ω^2
Kjønn	488.281	1	488.281	6.540	.016	.063
Alkohol	2363.281	1	2363.281	31.652	<.001	.347
Kjønn * Alkohol	1582.031	1	1582.031	21.188	<.001	.228
Residuals	2090.625	28	74.665			

- To **hovedeffekter** (Kjønn, Alkohol) – og en signifikant **interaksjonseffekt** (Kjønn * Alkohol).

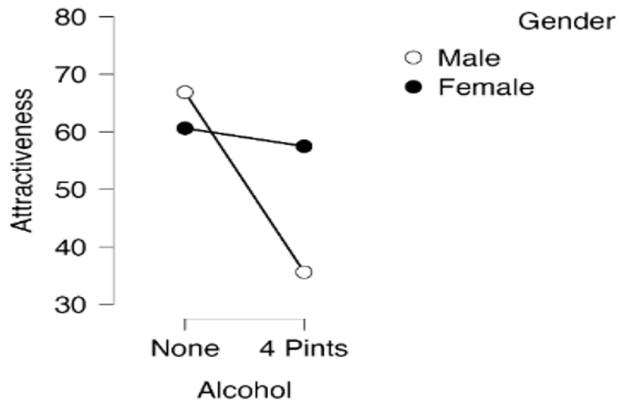
Tolkning: betingede hovedeffekter

Når interaksjonen er signifikant...

... må hovedeffektene tolkes som **betingede** (*conditional*): de beskriver gjennomsnittseffekten på tvers av det andre faktornivaet, men gjelder kanskje ikke likt på hvert nivå.

"Det var en signifikant betinget hovedeffekt av kjønn på attraktiviteten til valgt partner, $F(1, 28) = 6.54$, $p < .05$, $\omega^2 = .06$. Det var en signifikant betinget hovedeffekt av mengden alkohol konsumert, $F(1, 28) = 31.65$, $p < .001$, $\omega^2 = .35$."

Visualisering: interaksjonseffekten



Simple main effects

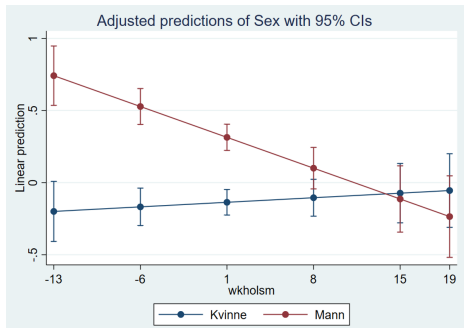
Alkoholnivå	SS	df	F	p
Ingen alkohol	156.250	1	2.093	.159
Fire pints	1914.063	1	25.635	<.001

Hva er "simple main effects"?

Effekten av én faktor (her: kjønn) testet separat *innenfor hvert nivå* av den andre faktoren (her: alkohol) – dette er hvordan man undersøker eller utforsker en signifikant interaksjon nærmere.

*"Det var en signifikant interaksjonseffekt mellom mengden alkohol konsumert og kjønnnet til personen som valgte partner, $F(1, 28) = 21.19$, $p < .001$, $\omega^2 = .23$. Dette indikerer at menn og kvinner ble påvirket ulikt av mengden alkohol konsumert. Attraktiviteten til valgt partner var **ikke** signifikant forskjellig mellom menn ($M = 66.88$, $SD = 10.33$) og kvinner ($M = 60.63$, $SD = 4.96$) som **ikke** drakk alkohol ($p = .159$); derimot var attraktiviteten **signifikant** forskjellig mellom menn ($M = 35.63$, $SD = 10.84$) og kvinner ($M = 57.50$, $SD = 7.07$) som drakk fire pints alkohol ($p < .001$)."*

Kjønn som moderator



Interaksjon mellom kjønn og eksponering for stress på jobbprestasjon (ekte forskningsdata).

Diskuter

Ved lave nivåer av stresseksposering skårer menn høyere på jobbprestasjon enn kvinner – men ved høye nivåer av stresseksposering rapporterer menn **lavere** jobbprestasjon enn kvinner. Hvorfor er dette et eksempel på en interaksjonseffekt (kjønn som *moderator*), og ikke bare to hovedeffekter?

- **ANCOVA** = ANOVA + kontinuerlig kovariat – reduserer feilvarians og øker statistisk styrke, men krever at kovariaten er uavhengig av IV og at regresjonshelningene er like på tvers av grupper.
- Planlagte kontraster tester spesifikke, teoridrevne hypoteser; simple contrasts sammenligner alt mot en referansegruppe.
- **Faktoriell ANOVA** deler systematisk varians i hovedeffekter og en interaksjonseffekt:
 $SS_M = SS_A + SS_B + SS_{A*B}$.
- Signifikant interaksjon → tolk hovedeffekter som betingede, og fordyp deg med simple main effects.

ANOVA, ANCOVA og faktoriell ANOVA som regresjon

Samme generelle lineære modell (GLM) – bare flere prediktorer og produktledd

- Kovariaten i ANCOVA er rett og slett en ekstra kontinuerlig prediktor i regresjonsligningen.
- Interaksjonseffekten i faktoriell ANOVA er rett og slett et **produktledd** ($X_1 \times X_2$) i regresjonen.

Takk for i dag!